<u>التمرين الأول :</u>(04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(2;1;-4)$ ، $B(-2;2;-1)$ و $C(0;3;-4)$

والمستوي (P) الذي معادلته $x-y+z+1=0$

1. بين أن النقط A ، B و C تعين مستوي (Q) بحيث الشعاع $\vec{n}(1;1;1)$ ناظميا له ، ثم اكتب معادلة ديكارتية لـ (Q)

2. بين أن (P) و (Q) غير متوازيين و غير متعامدين

3. عين تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (Q)

4. لتكن $\Omega(1;0;1)$ نقطة من الفضاء

أ بين ان النقطة Ω متساوية البعد عن المستويين (P) و (Q)

ب عين معادلة سطح الكرة (S) ذو المركز Ω و المماس لـ (P) و (Q)

ج عين احداثيات النقطتين D و H نقطتي التماس بين (S) و (P) و بين (S) و (Q) على الترتيب

5. لتكن $E\left(-\frac{1}{2};0;-\frac{1}{2}\right)$ هي المسقط العمودي لـ Ω على المستقيم (Δ) ، احسب المسافة بين Ω و (Δ)

<u>التمرين الثاني :</u>(4,5 نقط)

I) حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $(z+2)(z^2+z+1)=0$

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C ، D ، E ذات اللواحق

$$z_A=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2} \quad ، \quad z_B=\overline{z_A} \quad ، \quad z_C=-2 \quad ، \quad z_D=2(1+\sqrt{3})i \quad ، \quad z_E=\overline{z_D}$$

1. اكتب $(-z_A)$ على الشكل الاسي ثم علم النقط A ، B ، C ، D ، E

2. ليكن R التحويل النقطي الذي يحول $M(z)$ الى $M'(z')$ حيث : $\frac{z'+2}{z+2}=-z_A$

أ ما طبيعة التحويل R و حدد عناصره المميزة

ب لتكن النقطة F حيث : $R(D)=F$ ، بين أن $z_F=1+\sqrt{3}i$

ج اكتب العدد $\frac{z_E-z_F}{z_D-z_F}$ على الشكل الجبري ثم استنتج ان المستقيمين (FD) و (EF) متعامدان

3. لتكن G مرجح الجملة $\{(A,|z_A|);(B,|z_B|);(C,|z_C|)\}$

أ عين z_G لاحقة G

ب عين مجموعة النقط M حيث : $\overrightarrow{MG}=\lambda\overrightarrow{AB}$ لما يمسح λ مجموعة الاعداد الحقيقية

ج اكتب معادلة ديكارتية لهذه المجموعة

التمرين الثالث:(4,5 نقط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} = e^{\frac{-1}{2}}\sqrt{u_n}$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n > \frac{1}{e}$

2. أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

ب- استنتج أن (u_n) متناقصة تماما

ج هل (u_n) متقاربة ؟ اذا كانت متقاربة فما هي نهايتها

3. (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}$

أ برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

4. احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \cdots + \frac{1}{1+\ln u_n}$

التمرين الرابع :(07 نقط)

لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

1. احسب نهايتي الدالة f عند اطراف مجموعة تعريفها

2. أ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$ فان: $f'(x) = \frac{1-x}{(x+1)^2}$

ب ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4. بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها

5. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3,9 < \alpha < 4$

6. ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) = x + 3m$

8. F دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $F(x) = (-3-x)\ln(x+1) + 3x$

أ بين ان F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$

ب لتكن $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = \alpha$

بين أن : $A(\alpha) = 4\left(\frac{\alpha^2 - 3\alpha}{\alpha+1}\right) cm^2$ ثم اوجد حصرا لـ $A(\alpha)$

التمرين الأول :(04 نقط)

$A(2;1;-4)$ ، $B(-2;2;-1)$ و $C(0;3;-4)$

والمستوي (P) الذي معادلته $x-y+z+1=0$

5. بين أن النقط A ، B و C تعين مستوي (Q) بحيث الشعاع $\vec{n}(1;1;1)$ ناظميا له ، ثم اكتب معادلة ديكارتية لـ (Q)

لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2-2\\2-1\\-1+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\1\\3\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0-2\\3-1\\-4+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\2\\0\end{pmatrix}$ ولدينا : $\frac{-4}{-2}\neq\frac{1}{2}\neq\frac{3}{0}$ إذن : $\overrightarrow{AB}\nparallel\overrightarrow{AC}$

كذلك $\begin{cases}\vec{n}\times\overrightarrow{AB}=1\times(-4)+1\times1+1\times3=0\\\vec{n}\times\overrightarrow{AC}=1\times(-2)+1\times2+1\times0=0\end{cases}$

وبالتالي معادلة (Q): $x+y+z+d=0$ وبما إن: $A\epsilon(Q)$ وبالتعويض باحداثياتها نجد:

$$(Q)\ :\ x+y+z+1=0$$

6. بين أن (P) و (Q) غير متوازيين و غير متعامدين

لدينا: $\vec{n}_Q\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ و $\vec{n}_P\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ إذن $\frac{1}{1}\neq\frac{-1}{1}$ و $1\times1+1\times(-1)+1\times1\neq0$

أي $\vec{n}_P\nparallel\vec{n}_Q$ و $\vec{n}_Q$ لايعامد $\vec{n}_P$

7. عين تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (Q)

لدينا : $\begin{cases}x-y+z+1=0\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1)\\x+y+z+1=0\ \cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{cases}$ بالجمع (1) و (2) نجد $x=-z-1$

وبالتعويض في (2) نجد $y=0$ وبوضع $z=t$ يكون التمثيل الوسيطي :

$$(\Delta):\begin{cases}x=-t-1\\y=0\\z=t\end{cases}\ \text{حيث}\ t\,\epsilon\,\mathcal{R}$$

8. لتكن $\Omega(1;0;1)$ نقطة من الفضاء : أ- بين ان النقطة Ω متساوية البعد عن المستويين (P) و (Q)

$$\begin{cases}d(\Omega;\ (P))=\frac{|1\times1+0\times(-1)+1\times1+1|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\\d(\Omega;\ (Q))=\frac{|1\times1+0\times1+1\times1+1|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\end{cases}$$

ب عين معادلة سطح الكرة (S) ذو المركز Ω و المماس لـ (P) و (Q)

$$(S):(x-1)^2+(y)^2+(z-1)^2=3$$

ج عين احداثيات النقطتين D و H نقطتي التماس بين (S) و (P) و بين (S) و (Q) على الترتيب

لدينا: $\vec{n}_P$ شعاع توجيه للمستقيم (ΩD) و $\vec{n}_Q$ شعاع توجيه للمستقيم (ΩH) إذن:

إذن: $\begin{cases} \overrightarrow{\Omega M} = t\overrightarrow{\Omega D} \\ \overrightarrow{\Omega M} = t'\overrightarrow{\Omega H} \end{cases}, (t,t')\epsilon\mathcal{R}^2$ $(\Omega D): \begin{cases} x = t+1 \\ y = -t \\ z = t+1 \end{cases}$ و $(\Omega H): \begin{cases} x = t'+1 \\ y = t' \\ z = t'+1 \end{cases}$

أي $D(t+1,-t,t+1)$ و $H(t+1, t,t+1)$ وبالتعويض :

- احداثيات النقطة D في معادلة (P) نجد $t=-1$ إذن $D(0,1,0)$
- احداثيات النقطة H في معادلة (Q) نجد $t'=-1$ إذن $H(0,-1,0)$

.6 لتكن $E\left(-\frac{1}{2};0;-\frac{1}{2}\right)$ هي المسقط العمودي لـ Ω على المستقيم (Δ) ، احسب المسافة بين Ω و (Δ)

نتأكد اولا من انتماء E إلى (Δ) ثم نتأكد من أن $\overrightarrow{E\Omega} \perp \vec{U}_{(\Delta)}$

$\begin{cases} -\frac{1}{2} = -t-1 \quad ;t=-\frac{1}{2} \\ 0=0 \\ -\frac{1}{2} = t \end{cases}$ يعني $E\epsilon(\Delta)$ ومنه $E\epsilon(\Delta)$

$\overrightarrow{E\Omega}\begin{pmatrix} 1+\frac{1}{2} \\ 0-0 \\ 1+\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 0 \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ و $\vec{U}_{(\Delta)}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ إذن $\overrightarrow{E\Omega} \times \vec{U}_{(\Delta)} = 0$ وبالتالي: $\overrightarrow{E\Omega} \perp \vec{U}_{(\Delta)}$

التمرين الثاني :(4,5 نقط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $(z+2)(z^2+z+1)=0$

$\begin{cases} z+2=0 \\ z^2+z+1=0 \end{cases}$ أي $\begin{cases} z=-2 \\ z^2+z+1=0 \end{cases}$

$z^2+z+1=0$ نحسب المميز Δ نجد $\Delta = -3 = 3i^2$ ومنه $z_1 = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ و $z_2 = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

ومنه مجموعة حلول المعادلة : $S=\left\{-2,\frac{-1-i\sqrt{3}}{2},\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$

II) $z_A = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C=-2$ ، $z_D = 2(1+\sqrt{3}i)$ ، $z_E = \overline{z_D}$

.4 اكتب $-z_A$ على الشكل الأسي ثم علم النقط A ، B ، C ، D ، E

لدينا $z_A = -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ إذن: $-z_A = \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ومنه $|-z_A| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$

$\arg(-z_A): \begin{cases} \cos\vartheta_{-z_A} = \frac{1}{2} \\ \sin\vartheta_{-z_A} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}, \vartheta_{-z_A} = -\frac{\pi}{3}+k2\pi$ ومنه $-z_A = e^{-i\frac{\pi}{3}}$

.5 $\frac{z'+2}{z+2}=-z_A$ أ. ما طبيعة التحويل R و حدد عناصره المميزة:

من العبارة : $\frac{z'+2}{z+2}=-z_A$ نجد $(z'-(-2))=-z_A(z-(-2))$

أي $(z'-z_C)=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z-z_C)$ ومنه التحويل R هو دوران مركزه C وزاويته $\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

ب لتكن النقطة F حيث : $R(D)=F$ ، بين أن $z_F=1+\sqrt{3}i$

$(z_F-z_C)=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_D-z_C)$ إذن $z_F=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_D-z_C)+z_C$ وبعد التبسيط نجد $z_F=1+i\sqrt{3}$

ج اكتب العدد $\frac{z_E-z_F}{z_D-z_F}$ على الشكل الجبري ثم استنتج أن المستقيمين (FD) و (EF) متعامدان

$$\frac{z_E-z_F}{z_D-z_F}=\frac{(-2-2\sqrt{3}i)-(1+\sqrt{3}i)}{(-2+2\sqrt{3}i)-(1+\sqrt{3}i)}=\frac{-3-3\sqrt{3}i}{-3+\sqrt{3}i}=\frac{(-3-3\sqrt{3}i)\times(-3+\sqrt{3}i)}{(-3+\sqrt{3}i)\times(-3+\sqrt{3}i)}=\sqrt{3}i$$

لدينا العدد $\frac{z_E-z_F}{z_D-z_F}=\sqrt{3}i$ نستلزم إن $\arg\left(\frac{z_E-z_F}{z_D-z_F}\right)=\frac{\pi}{2}+k2\pi$ أي $(\overrightarrow{FD},\overrightarrow{FE})=\frac{\pi}{2}+k2\pi$

وبالتالي $(FE)\perp(FD)$

.6 لتكن G مرجح الجملة $\{(A,|z_A|);(B,|z_B|);(C,|z_C|)\}$ أ. عين z_G لاحقة G:

إذن G مرجح الجملة : $\{(A,1),(B,1),(C,2)\}$ ومنه : $z_G=\frac{1\times z_A+1\times z_B+2\times z_C}{1+1+2}=\frac{-5}{4}$

ب عين مجموعة النقط M حيث : $\overrightarrow{MG}=\lambda\overrightarrow{AB}$ لما يمسح λ مجموعة الأعداد الحقيقية

$\overrightarrow{MG}=\lambda\overrightarrow{AB}$ لما λ يمسح المجموعة $\mathbb{R}$ فإن تمثل مستقيم يشمل G و الشعاع $\overrightarrow{AB}$ شعاع توجيه له

ج اكتب معادلة ديكارتية لهذه المجموعة :

لدينا : $\overrightarrow{MG}=\lambda\overrightarrow{AB}$ أي $\begin{pmatrix}\frac{-5}{4}-x\\0-y\end{pmatrix}=\lambda\begin{pmatrix}0\\-\sqrt{3}\end{pmatrix}$

نجد $y=-\sqrt{3}\lambda$ و $x=\frac{-5}{4}$ وهي معادلة مستقيم موازي لمحور التراتيب

التمرين الثالث:(4,5 نقط): نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ:
$$\begin{cases}u_1=e^2\\u_{n+1}=e^{\frac{-1}{2}}\sqrt{u_n}\end{cases}$$

.4 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n>\frac{1}{e}$

- من اجل $n=1$: $U_1>\frac{1}{e}$ أي $e^2>\frac{1}{e}$ القضية صحيحة
- نفرض أن $u_n>\frac{1}{e}$ ونثبت صحة القضية $U_{n+1}>\frac{1}{e}$
- لدينا : $U_n>\frac{1}{e}$ بإدخال الجذر التربيعي على الطرفين نجد : $\sqrt{U_n}>\frac{1}{\sqrt{e}}$

وبضرب الطرفين في العدد $\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)$ نجد: $e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{U_n}>\frac{1}{\sqrt{e}}e^{-\frac{1}{2}}$ أي $U_{n+1}>\frac{1}{e}$ إذن من اجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n>\frac{1}{e}$

5. أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$

لدينا $\frac{e^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{U_n}} = \frac{e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{U_n}}{U_n} = \frac{U_{n+1}}{U_n}$ إذن $\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ تعني أن :

$\frac{e^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{U_n}} < 1$ وبتربيع الطرفين نجد : $\frac{\frac{1}{e}}{U_n} < 1$ وبما إن $u_n > \frac{1}{e}$ فإن $\frac{\frac{1}{e}}{U_n} < 1$ وبالتالي : $\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$

ب- استنتج أن (u_n) متناقصة تماما

بما أن $\frac{U_{n+1}}{U_n} < 1$ أي $U_{n+1} < U_n$ ومنه المتتالية (u_n) متناقصة

ج هل (u_n) متقاربة ؟ اذا كانت متقاربة فما هي نهايتها

بما أن (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد ($\frac{1}{e}$) إذن فهي متقاربة و نهايتها هي l حيث:

$$\lim_{x\to+\infty} U_{n+1} = \lim_{x\to+\infty} U_n = \lim_{x\to+\infty} f(l) = l$$

ومنه $f(l) = l$ تكافئ: $e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{l} = l$ إذن : $l = \frac{1}{e}$ وبالتالي $\lim_{x\to+\infty} U_n = \frac{1}{e}$

6. (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}$

أ برهن أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

لدينا $v_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{u_n}$ إذن : $V_{n+1} = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{U_{n+1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln U_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln\left(e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{U_n}\right)$

أي $V_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln\left(e^{-\frac{1}{2}}\right) + \frac{1}{2}\ln\sqrt{U_n} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\ln\sqrt{U_n}$ وبأخذ $\left(\frac{1}{2}\right)$ عامل مشترك نجد

$V_{n+1} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \ln\sqrt{U_n}\right)$ أي $V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n$

إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\left(q = \frac{1}{2}\right)$ وحدها الاول: $V_1 = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{U_1} = \frac{3}{2}$

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

$V_n = \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ و لدينا $V_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{U_n}$ إي $V_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln U_n$ إذن $\ln U_n = 2V_n - 1$ ومنه

نستلزم أن : $U_n = e^{2V_n - 1}$ وبالتالي $U_n = e^{3\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 1}$

5. احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \cdots + \frac{1}{1+\ln u_n}$

لدينا $V_n = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{U_n}$ أي $V_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln U_n$ وبالتالي $2V_n = 1 + \ln U_n$

إذن $S_n = \left(\frac{1}{1+\ln U_1}\right) + \left(\frac{1}{1+\ln U_2}\right) + \cdots\cdots + \left(\frac{1}{1+\ln U_n}\right)$

وتعويض $(2V_n = 1 + \ln U_n)$ نجد $S_n = \left(\frac{1}{2V_1}\right) + \left(\frac{1}{2V_2}\right) + \cdots\cdots + \left(\frac{1}{2V_n}\right)$

أي : $S_n = \left(\frac{1}{3\times\left(\frac{1}{2}\right)^{1-1}}\right) + \left(\frac{1}{3\times\left(\frac{1}{2}\right)^{2-1}}\right) + \cdots\cdots + \left(\frac{1}{3\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}\right)$

ومنه $S_n = \left(\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\right) + \left(\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right) + \cdots\cdots + \left(\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{-(n-1)}\right)$

إذن $S_n = \left(\frac{1}{3}\times(2)^{0}\right) + \left(\frac{1}{3}\times(2)^{1}\right) + \cdots\cdots + \left(\frac{1}{3}\times(2)^{(n-1)}\right)$

وبالتالي : $S_n = \frac{1}{3}\times\frac{2^n-1}{2-1} = \frac{(2^n-1)}{3}$

التمرين الرابع :(07 نقط)

لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$

9. احسب نهايتي الدالة f عند اطراف مجموعة تعريفها

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to-1^+} f(x) = \lim_{x\to-1^+} \frac{2x-(x+1)\ln(x+1)}{x+1} = -\infty$$

2. أ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$ فان: $f'(x) = \frac{1-x}{(x+1)^2}$

$$f'(x) = \frac{2(x+1)-2x}{(x+1)^2} - \frac{1}{x+1} = \frac{2x+2-2x-x-1}{(x+1)^2} = \frac{1-x}{(x+1)^2}$$

ب ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

$f'(x) = 0$ اي $1 - x = 0$ إذن $x = 1$

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

جدول التغيرات:

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	$-\infty$

3. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

$(\Delta): y = f'(0)(x-0) + f(0)$ إذن $y = x$

.4 بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثييها

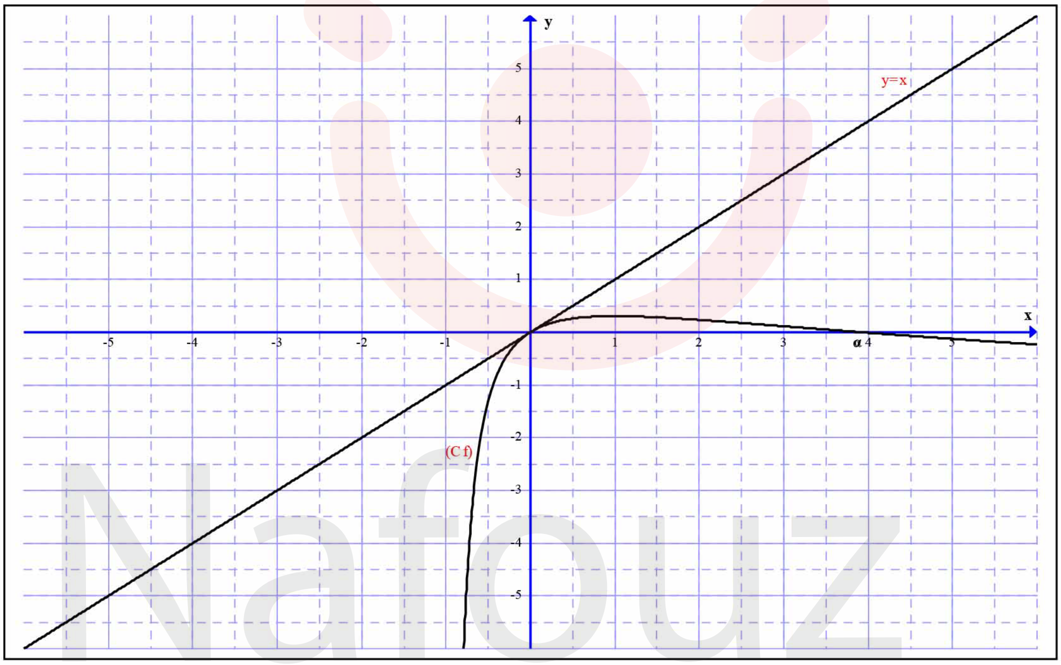
لدينا : $f'(x) = \frac{1-x}{(x+1)^2}$ إذن $f''(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x+1)^2}$ ومنه $f''(x) = 0$ تعني إن $\begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

ومنه من اجل كل $x \in]-1;+\infty[$ فإن (C_f) يقبل النقطة $(3, f(3))$ نقطة انعطاف

.5 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3,9 < \alpha < 4$

- الدالة f دالة معرفة ومستمرة ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$ إذن فهي حتما معرفة ومستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[3.9 , 4]$
- ولدينا $\begin{cases} f(3.9) = 0.002 \\ f(4) = -0.0094 \end{cases}$ أي $f(3.9) \times f(4) < 0$
- إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن العادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]3.9 , 4[$

.6 ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)



.7 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)=x-3m$

m	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = x - 3m$	المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة	المعادلة تقبل حل مضاعف معدوم	المعادلة لا تقبل حل

.8 F دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $F(x)=(-3-x)\ln(x+1)+3x$

ت بين ان F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$

$$F'(x)=-1\times \ln(x+1)+\frac{1}{x+1}\times(-3-x)+3=\frac{2x}{x+1}+\ln(x+1)=f(x)$$

إذن F دالة اصلية لـ $f(x)$

ب بين أن : $A(\alpha)=4\left(\frac{\alpha^2-3\alpha}{\alpha+1}\right)cm^2$ ثم اوجد حصرا لـ $A(\alpha)$

$$A(\alpha)=\int_0^{\alpha}[f(x)-y]dx=\int_0^{\alpha}f(x)\,dx=[F(x)]_0^{\alpha}=(-3-\alpha)\ln(\alpha+1)+3\alpha$$

ولدينا : $f(\alpha)=0$ إذن نجد : $\ln(\alpha+1)=\frac{2\alpha}{\alpha+1}$

ومنه $A(\alpha)=(-3-\alpha)\left(\frac{2\alpha}{\alpha+1}\right)+3\alpha$ وبعد التبسيط نجد $A(\alpha)=\left(\frac{\alpha^2-3\alpha}{\alpha+1}\right)$

وبما إن وحد الطول هي $(2cm)$ فإن: $A(\alpha)=\left(\frac{\alpha^2-3\alpha}{\alpha+1}\right)\times 2^2=4\left(\frac{\alpha^2-3\alpha}{\alpha+1}\right)cm^2$

حصر $A(\alpha)$: لدينا $3.9<\alpha<4$ إذن $(3.9)^2<\alpha^2<(4)^2 \cdots\cdots\cdots (1)$

و $-3\times 4<-3\alpha<-3\times 3.9 \cdots\cdots\cdots (2)$

و $4.9<\alpha+1<5.9$ إذن : $\frac{1}{5.9}<\frac{1}{\alpha+1}<\frac{1}{4.9} \cdots\cdots\cdots (3)$

وبالتالي من : $[(3)\times((2)+(1))]$ نجد : $0.642<A(\alpha)<0.877$